

Cách tính nhanh đạo hàm của hàm số

A. Đạo hàm của hàm phân thức

Để tính đạo hàm phân thức ta sử dụng chung một công thức

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$$

Công thức đặc biệt: $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$; $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

B. Đạo hàm của hàm phân thức bậc 1/ bậc 1

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$$

Ví dụ: Tính đạo hàm của hàm số:

a. $y = \frac{3x-2}{x-1}$

b. $y = \frac{x+5}{2x+3}$

Hướng dẫn giải

a. $y' = \frac{3 \cdot (-1) - (-2) \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2}$

b. $y' = \frac{1 \cdot 3 - 5 \cdot 2}{(2x+3)^2} = \frac{-7}{(2x+3)^2}$

C. Đạo hàm của hàm phân thức bậc 2/ bậc 1

$$y = \frac{ax^2+bx+c}{dx+e} \Rightarrow y' = \frac{adx^2+2aex+be-cd}{(dx+e)^2}$$

Ví dụ: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{3x^2-2x+1}{x+2}$

Hướng dẫn giải

$$y = \frac{3x^2-2x+1}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{3 \cdot 1x^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2x + (-2) \cdot 2 - 1 \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{3x^2+12x-5}{(x+2)^2}$$

D. Đạo hàm của hàm phân thức bậc 2/ bậc 2

$$y = \frac{a_1x^2 + b_1x + c_1}{a_2x^2 + b_2x + c_2} \Rightarrow y' = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2x^2 + b_2x + c_2)^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{(a_1b_2 - a_2b_1)x^2 + 2(a_1c_2 - a_2c_1)x + b_1c_2 - b_2c_1}{(a_2x^2 + b_2x + c_2)^2}$$

Ví dụ: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 + x + 2}$

Hướng dẫn giải

$$y = \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 + x + 2} \Rightarrow y' = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{(x^2 + x + 2)^2} = \frac{5x^2 + 10x - 5}{(x^2 + x + 2)^2}$$