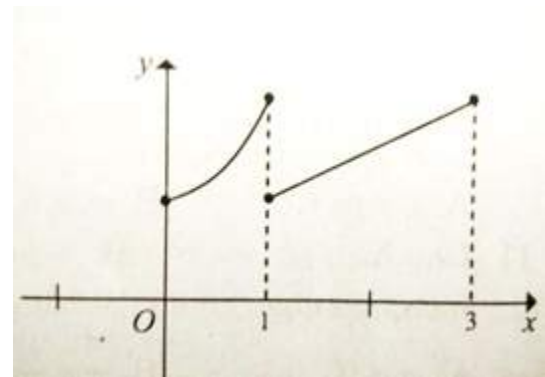


21 câu trắc nghiệm Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số

Câu 11: Cho đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ.



Hàm số đồng biến trên:

- A. (0;1)
- B. (1;3)
- C. (0; 1) \cup (1; 3)
- D. (0;1) và (1;3).

Hiện thị đáp án

Trên khoảng (0; 1) đồ thị hàm số đi lên từ trái qua phải

Trên khoảng (1; 3) đồ thị hàm số đi lên từ trái qua phải

Đồ thị hàm số bị gián đoạn tại $x = 1$. Do đó hàm số đồng biến trên từng khoảng (0; 1) và (1; 3)

Câu 12: Hỏi hàm số

$$y = \frac{3x - 1}{x + 5}$$

đồng biến trên các khoảng nào?

- A. $(-\infty ; +\infty)$ B. $(-\infty ; -5)$
- C. $(-5 ; +\infty) \cup (1; 3)$ D. (0; 1) và (1; 3)

Hiện thị đáp án

Hàm số xác định $\forall x \neq -5$

$$y' = \frac{16}{(x+5)^2};$$

y' xác định $\forall x \neq -5$. Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	-5	$+\infty$
y'	+		+
y	↗		↘

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-5; +\infty)$

Câu 13: Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 3$

A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ B. $(-\infty; 1]$ và $[2; +\infty)$

C. $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$ D. $(1; 2)$

Hiện thị đáp án

Ta có

$$y' = 6x^2 - 18x + 12 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu đạo hàm:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	↗		↘	↗	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$

Câu 14: Khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ là:

A. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$ B. $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$

C. $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$ D. $(0; 1)$

Hiện thị đáp án

Ta có

$$y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

Câu 15: Cho hàm số

$$y = \frac{x+1}{x-1} \quad (1)$$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số (1) nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
- B. Hàm số (1) nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$
- C. Hàm số (1) nghịch biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
- D. Hàm số (1) đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Hiện thị đáp án

Hàm số

$$y = \frac{x+1}{x-1}$$

xác định $\forall x \neq 1$

Ta có:

$$y' = \frac{-2}{(x-1)^2}; y'$$

xác định $\forall x \neq 1$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y		↘		↘	

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Câu 16: Tìm khoảng đồng biến của hàm số $f(x) = x + \cos^2 x$

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ B. $(-\infty; +\infty)$ C. $(-1; 1)$ D. $(0; \pi)$

Hiện thị đáp án

Câu 16:

$$f'(x) = 1 - 2\sin x \cos x = \sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x \cos x = (\sin x - \cos x)^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

Câu 17: Hàm số:

$$y = x - \sqrt{x^2 + 1}$$

đồng biến trên khoảng nào?

A. \mathbb{R} B. $(-\infty; 0)$ C. $(-1; 0)$ D. $(0; +\infty)$

Hiện thị đáp án

Chọn A

$$y' = 1 - \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{\sqrt{x^2+1} - x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\text{Vì } \sqrt{x^2+1} > \sqrt{x^2} = |x| \Rightarrow \sqrt{x^2+1} > x \quad \forall x$$

$$\text{nên } \sqrt{x^2+1} - x > 0 \Rightarrow y' > 0 \quad \forall x$$

Hàm số đồng biến trên R

Câu 18: Cho hàm số $y = x^3 - x^2 + (m-1)x + m$. Tìm điều kiện của tham số m để hàm số đồng biến trên R

A. $m \leq \frac{4}{3}$

B. $m \geq \frac{4}{3}$

B. C. $m < \frac{-4}{3}$

D. $m > \frac{-4}{3}$

Hiện thị đáp án

Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 2x + m - 1$$

Để hàm số đã cho đồng biến trên R khi và chỉ khi $y' \geq 0$ với mọi x .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 > 0 \text{ (ld)} \\ \Delta' = 1 - 3(m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3m + 4 \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{4}{3}$$

Câu 19: Cho hàm số

$$y = -\frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} - 2x + 1$$

Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

A. $m < 2\sqrt{2}$ B. $m \geq -2\sqrt{2}$ C. $m = 2\sqrt{2}$ D. $-2\sqrt{2} \leq m < 2\sqrt{2}$

Hiện thị đáp án

Chọn C

Ta có $y' = -x^2 - mx - 2$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ nếu $y' = x^2 - mx - 2 \leq 0$ trên khoảng $(-\infty; -1)$

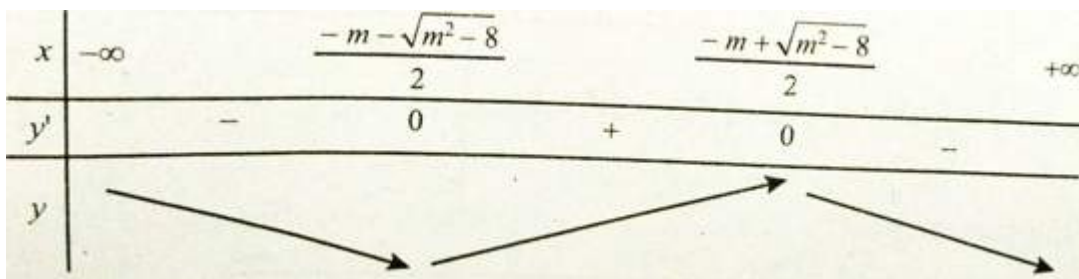
Cách 1. Dùng định lí dấu của tam thức bậc hai. Ta có $\Delta = m^2 - 8$

TH1: $-2\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2} \Rightarrow \Delta \leq 0$.

Lại có, hệ số $a = -1 < 0$ nên $y' \leq 0 \forall x$

Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R}

TH2: $\begin{cases} m < -2\sqrt{2} \\ m > 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta > 0$ $y' = 0$. có hai nghiệm phân biệt là $x = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 8}}{2}$



Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1) \Leftrightarrow \frac{-m - \sqrt{m^2 - 8}}{2} > -1$

$$\Leftrightarrow -m - \sqrt{m^2 - 8} > -2 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 8} < 2 - m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8 \geq 0 \\ 2 - m > 0 \\ m^2 - 8 < 4 - 4m + m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2\sqrt{2} \\ m \geq 2\sqrt{2} \\ m < 2 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -2\sqrt{2}$$

Từ TH1 và TH2, ta có $m \leq 2\sqrt{2}$

Cách 2. Dùng phương pháp biến thiên hàm số

Ta có

$$mx \geq -x^2 - 2 \quad \forall x < -1 \Leftrightarrow m \leq \frac{-x^2 - 2}{x} \quad \forall x < -1$$

Từ đó suy ra

$$m \leq \min \frac{-x^2 - 2}{x} \text{ với } x < -1$$

Do đó $m \leq 2\sqrt{2}$

Vậy giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là $m = 2\sqrt{2}$

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số

$$y = \frac{\tan x + m}{\tan x + 5} \text{ nghịch biến trên } \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$$

A. $1 < m < 5$ B. $m \geq 5$ C. $m < -1$ hoặc $m > 5$ D. $m > 5$

Hiện thị đáp án

$$\text{Ta có } y' = \frac{5 - m}{\cos^2 x (\tan x + 5)^2}$$

$$\text{Để hàm số nghịch biến trên khoảng } \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow 5 - m < 0 \Leftrightarrow m > 5$$

Câu 21: 11. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + 1 - 2m$. Tìm các giá trị của m để hàm số đồng biến trên đoạn có độ dài bằng 1.

A. $m = 0$ B. $m = 1/4$ C. $9/4$ D. Không tồn tại

Hiện thị đáp án

$$\text{Ta có } y' = \frac{5 - m}{\cos^2 x (\tan x + 5)^2}$$

$$\text{Để hàm số nghịch biến trên khoảng } \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow 5 - m < 0 \Leftrightarrow m > 5$$

$y' = 3x^2 + 6x + m$. Hàm số đồng biến nếu $y' \geq 0$. Ta có $\Delta' = 9 - 3m$

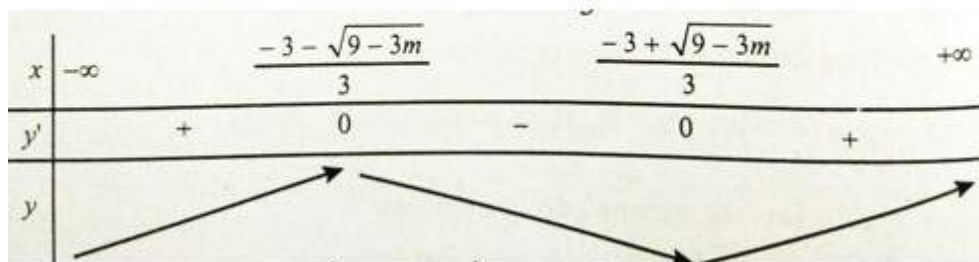
TH1: $m \geq 3 \Rightarrow \Delta' \leq 0$.

Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} . Do đó $m \geq 3$ không thỏa mãn yêu cầu đề bài

TH2: $m < 3 \Rightarrow \Delta' > 0$.

y' có hai nghiệm phân biệt là

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 3m}}{3}$$



Từ bảng biến thiên, ta thấy không tồn tại m để hàm số đồng biến trên đoạn có độ dài bằng 1.

Từ TH1 và TH2, không tồn tại m thỏa mãn.