30 bài tập trắc nghiệm sự đồng biến nghịch biến của hàm số mức độ thông hiểu

Câu hỏi 1 :

Hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng

- A (2;4)
- B (0;2)
- C (1;2)
- D R

Đáp án: A

Lời giải chi tiết:

A

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 2 :

Cho hàm số$y = x^3 - (m+1)x^2 - \left(2m^2 - 3m + 2\right)x + 1$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A Hàm số luôn đồng biến trên **R.**
- B Hàm số luôn nghịch biến trên **R.**
- C Hàm số không đơn điệu trên **R.**
- D Hàm số có hai cực trị và khoảng cách giữa hai điểm cực trị bằng 1 với mọi *m*.

Đáp án: C

Phương pháp giải:

Khảo sát sự biến thiên của hàm số để chọn đáp án đúng.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y' = 3x^2 - 2\left(m+1\right)x - 2m^2 + 3m - 2$

Ta có

$$\Delta' = \left(m+1\right)^2 + 3\left(2m^2 - 3m + 2\right) = 7m^2 - 7m + 7 = 7\left(m^2 - m + 1\right)$$
$$= 7\left(\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right) > 0\ \forall m$$

Khi đó phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt. Suy ra hàm số không đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Chọn C.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 3 :

Cho hàm số $y = f\left(x\right) = \dfrac{x^2 + x + 2}{x - 1}$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là sai?

- A Hàm số nghịch biến trong khoảng $\left(-1;3\right)$.
- B $f'\left(x\right) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{\left(x-1\right)^2}$
- C Hàm số đồng biến trong khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(3;+\infty\right)$.
- D Hàm số có tập xác định là $D = \left(-\infty;1\right) \cup \left(1;+\infty\right)$.

Đáp án: A

Phương pháp giải:

- Tính y' và kết luận các khoảng đơn điệu của hàm số.

Lời giải chi tiết:

TXĐ: $D = R\backslash\left\{1\right\} \Rightarrow$ Đáp án D đúng.

Có $f'\left(x\right) = \dfrac{\left(2x+1\right)\left(x-1\right) - x^2 - x - 2}{\left(x-1\right)^2} = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{\left(x-1\right)^2} \Rightarrow$ Đáp án B đúng.

$\Rightarrow f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Hàm số đồng biến trong khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(3;+\infty\right)$ đáp án C đúng.

hàm số nghịch biến trong khoảng $\left(-1;1\right)$ và $\left(1;3\right) \Rightarrow$ đáp án A sai.

Chọn A.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 4 :

Hàm số $y = -x^5 + x^3 - 1$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A $\left(-\infty;-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)$ **và** $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}};+\infty\right)$
- B $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}};\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)$
- C $\left(-\infty;+\infty\right)$
- D $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}};+\infty\right)$

Đáp án: A

Phương pháp giải:

- Tính y' và kết luận các khoảng đơn điệu của hàm số.

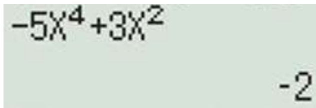
Lời giải chi tiết:

Ta có: $y' = -5x^4 + 3x^2$.

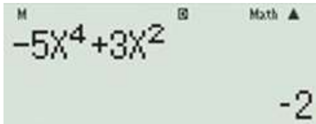
Hàm số nghịch biến thì $y' \le 0$.

Nhập hàm y' vào máy tính để thử với các giá trị tương ứng trong từng khoảng đáp án.

Thử với $x = -1$ ta được $y' = -2 < 0 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến.

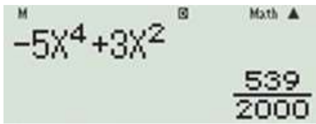


Thử với $x = 1$ ta được $y' = -2 < 0 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến.



$\Rightarrow$ Loại đáp án B và D.

Thử với $x = \frac{7}{10}$ ta được $y' = \frac{539}{2000} > 0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến



$\Rightarrow$ loại đáp án C.

Chọn A.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 5 :

Hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{mx^2}{2} - 2x + 1$ đồng biến trên tập xác định khi:

- A $m < -2\sqrt{2}$
- B $-8 \le m \le 1$
- C $m \ge 2\sqrt{2}$
- D Không có giá trị của m.

Đáp án: D

Phương pháp giải:

Sử dụng chức năng MODE 7 để xử lý bài toán.

Lời giải chi tiết:

Cách 1: Ta có $y' = x^2 - mx - 2$.

Hàm số đồng biến trên tập xác định $\Leftrightarrow y' \ge 0\,\forall x$.

Ta sử dụng máy tính để thử đáp án.

+) Trước hết ta thử với $m = 2\sqrt{2}$. Khi đó: $y' = x^2 - 2\sqrt{2}x - 2$.

Nhập hàm số trên vào máy tính và thử với giá trị $x = 0$ ta được $y' = -2 < 0$.

Loại đáp án C.

+) Thử với giá trị $m = 0$. Khi đó $y' = x^2 - 2$.

Với $x = 0$ ta được $y' = -2 < 0$

Loại đáp án B.

+) Thử với $m = -3$. Khi đó $y' = x^2 + 3x - 2$.

Với $x = 0$ ta được $y' = -2 < 0$.

$\Rightarrow$ Loại đáp án A.

Cách 2: TXĐ: D = R.

Ta có: $y' = x^2 - mx - 2$

Để hàm số đồng biến trên tập xác định thì

$$\begin{array}{l} y' > 0\ \forall x \in R \\ \Leftrightarrow x^2 - mx - 2 > 0\ \forall x \in R \\ \Leftrightarrow \Delta = m^2 + 8 < 0\ \ (Vo\ ly) \end{array}$$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 6 :

Cho hàm số $f\left(x\right)$ có $f'\left(x\right)\le 0,\ \forall x\in R$ và $f'\left(x\right)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thuộc **R.** Hỏi khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A Với mọi $x_1;\ x_2;\ x_3\in R$ và $x_1<x_2<x_3$, ta có $\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{f\left(x_2\right)-f\left(x_3\right)}<0.$
- B Với mọi $x_1;\ x_2;\ x_3\in R$ và $x_1>x_2>x_3$, ta có $\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{f\left(x_2\right)-f\left(x_3\right)}<0.$
- C Với mọi $x_1;\ x_2\in R$ và $x_1\ne x_2$, ta có $\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}<0.$
- D Với mọi $x_1;\ x_2\in R$ và $x_1\ne x_2$, ta có $\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}>0.$

Đáp án: C

Phương pháp giải:

- Sử dụng định nghĩa đồng biến, nghịch biến.

Lời giải chi tiết:

Theo đề bài ta suy ra hàm số $f\left(x\right)$ là hàm nghịch biến trên **R.**

Phân tích từng đáp án ta có:

+) Đáp án A: Với $x_1<x_2<x_3\Rightarrow f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)>f\left(x_3\right)\Rightarrow\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{f\left(x_2\right)-f\left(x_3\right)}>0$ loại A.

+) Đáp án B: Với $x_1>x_2>x_3\Rightarrow f\left(x_1\right)<f\left(x_2\right)<f\left(x_3\right)\Rightarrow\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{f\left(x_2\right)-f\left(x_3\right)}>0\Rightarrow$ loại B.

+) Đáp án C: Với $x_1\ne x_2\Rightarrow f\left(x_1\right)\ne f\left(x_2\right)$ và vì hàm số nghịch biến nên dấu của biểu thức $\left(x_1-x_2\right)$ và $\left[f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right]$ ngược dấu $\Rightarrow\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}<0\Rightarrow$ C đúng.

Chọn C.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 7 :

Cho hàm số $y=x^3+3x^2+3x+1$ có đồ thị (C). Tìm câu sai.

- A (C) chỉ cắt trục Ox tại một điểm duy nhất.
- B Trên (C), tồn tại hai điểm $A\left(x_1;y_1\right);\ B\left(x_2;y_2\right)$ sao cho hai tiếp tuyến của (C) tại A và B vuông góc với nhau.
- C Phương trình tiếp tuyến tại điểm uốn của (C) là trục Ox.
- D Hàm số tăng trên **R.**

Đáp án: B

Phương pháp giải:

- Xét từng đáp án.

- Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(a;b\right)\Leftrightarrow f'\left(x\right)\le 0\ \forall x\in\left(a;b\right)$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y'=3x^2+6x+3=3{\left(x+1\right)}^2\ge 0\ \ \forall x$.

hàm số đồng biến trên **R**. $\Rightarrow$ Đáp án D đúng.

Xét phương trình: $x^3+3x^2+3x+1=0\Leftrightarrow{\left(x+1\right)}^3=0\Leftrightarrow x=-1$.

$\Rightarrow$ (C) chỉ cắt trục Ox tại một điểm duy nhất. $\Rightarrow$ Đáp án A đúng.

Ta có: $y'=3x^2+6x+3\ \Rightarrow y''=6x+6$.

Hoành độ của điểm uốn là nghiệm của phương trình $y''=0\Leftrightarrow x=-1$.

$\Rightarrow$ Điểm uốn $I\left(-1;0\right)\Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến của (C) tại I là: $y=y'\left(-1\right)\left(x+1\right)=0$.

$\Rightarrow$ Đáp án C đúng.

Vậy chọn B.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 8 :

Cho hàm số $y = \cos x + ax$. Với giá trị nào của a thì hàm số đồng biến trên **R.**

- A $a \le -1$
- B $a \ge -1$
- C $a \ge 1$
- D $0 < a \le 1$

Đáp án: C

Phương pháp giải:

- Hàm số $y = f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(a;b\right) \Leftrightarrow f'\left(x\right) \ge 0\ \forall x \in \left(a;b\right)$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $y' = -\sin x + a$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến với mọi x $\Leftrightarrow y' \ge 0$ với mọi x

$\Leftrightarrow -\sin x + a \ge 0$ với mọi x

$\Leftrightarrow a \ge \sin x$ với mọi x

$\Leftrightarrow a \ge 1$ (vì $\sin x \le 1$)

Chọn C.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 9 :

Hàm số $y = \dfrac{m}{3}x^3 - \left(m-1\right)x^2 + 3\left(m-2\right)x + \dfrac{1}{3}$ đồng biến trên $\left(2;+\infty\right)$ thì m thuộc tập nào:

- A $m \in \left[\dfrac{2}{3};+\infty\right)$
- B $m \in \left(-\infty;\dfrac{-2-\sqrt{6}}{2}\right)$
- C $m \in \left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)$
- D $m \in \left(-\infty;-1\right)$

Đáp án: A

Phương pháp giải:

- Chọn m.

- Sử dụng MTCT tính $y'\left(x_0\right)$ với x_0 là điểm bất kì thuộc các đáp án.

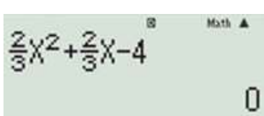
Lời giải chi tiết:

Ta có: $y' = mx^2 - 2\left(m-1\right)x + 3\left(m-2\right)$.

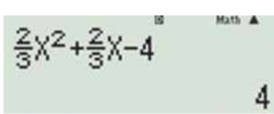
Hàm số đồng biến trên $\left(2;+\infty\right)$ khi $y' \ge 0$ trong $\left(2;+\infty\right)$. Ta thử từng đáp án để chọn đáp án đúng.

+) Đáp án A: Với $m = \dfrac{2}{3}$ ta có: $y' = \dfrac{2}{3}x^2 + \dfrac{2}{3}x - 4$

Ta nhập hàm *y'* vào máy tính và thử giá trị $x = 2$ ta được $y' = 0$ nên đáp án A có thể đúng.



Để chắc chắn, ta thử với giá trị $x = 3$ ta được $y' = 4 > 0$ nên hàm số đồng biến.



Vậy đáp án A đúng.

Chọn A.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 10 :

Trong các hàm sô sau, hàm sô nào nghịch biên trên khoảng $(-1;+\infty)$.

- A $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-3x$
- B $y=\ln x$
- C $y=e^{x^2+2x}$
- D $y=-x^4-\dfrac{4}{3}x^3$

Đáp án: D

Phương pháp giải:

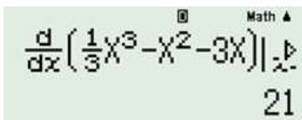
Sử dụng MTCT tính $y'\left(x_0\right)$ với x_0 là điểm bất kì thuộc các đáp án.

Lời giải chi tiết:

Sử dụng máy tính CASIO dùng chức năng Shift $\dfrac{d}{dx}()|_{x=?}$ ta tính đạo hàm từng đáp án nếu đáp án nào ra kết quả 1 số ≤ 0 thì đáp án đó đúng, còn đáp án nào ra kết quả > 0 thì đáp án đó sai.

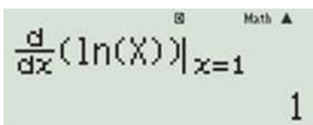
Ta có:

+) Đáp án A. Tại $x=6$ ta có :

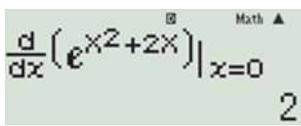


$>0\Rightarrow A$ sai.

+) Đáp án B: Ta sẽ thử với x = 1. Vì ĐKXĐ: $x>0$.



$\Rightarrow$ đáp án B $y'=1>0\Rightarrow B$ sai.

+) Đáp án C: Ta có: 

$\Rightarrow C$ sai.

Chọn D.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 11 :

Hàm số $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{4-x}$ nghịch biến trên:

- A $[3;4)$
- B $(2;3)$
- C $\left(\sqrt{2};3\right)$
- D $(2;4)$

Đáp án: A

Phương pháp giải:

Sử dụng MTCT tính $y'\left(x_0\right)$ với x_0 là điểm bất kì thuộc các đáp án.

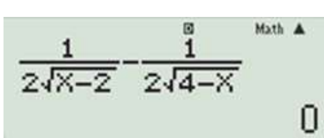
Lời giải chi tiết:

TXĐ: $D=[2;4]$

Ta có: $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}}-\dfrac{1}{2\sqrt{4-x}}$.

Nhập hàm y’ vào máy tính Casio sau đó ta sử dụng chức năng CALC từng đáp án nếu kết quả đáp án nào ra y’ ≤ 0 thì là đúng. Ta sẽ chọn đáp án đó

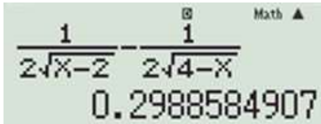
+) Với đáp án A ta thử giá trị $x=3$



ta thấy $y'=0$ nên đáp án A có thể là đáp án đúng.

+) Ta loại được đáp án B và C

+) Thử đáp án D CALC giá trị 2,5 ta được kết quả y’ > 0 như sau:



Nên ta loại đáp án D.

Chọn A.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 12 :

Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{\cos x - 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

- A $m \geq 1$.
- B $m > 1$.
- C $-1 \leq m \leq 1$.
- D $m < 1$.

Đáp án: B

Phương pháp giải:

Đặt ẩn phụ, tìm điều kiện của ẩn phụ, xét hàm.

Lời giải chi tiết:

Cách 1:

Khi m = 1 ta có: y = 1 là hàm hằng nên m = 1 không thỏa mãn.

Khi $m \neq 1$. Đặt $t = \cos x$. Vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $t \in (0; 1)$.

Xét hàm $y = \frac{t-1}{t-m} \quad (TXD: \ D = R \backslash \{m\})$ có $y' = \frac{t-m-t+1}{(t-m)^2} = \frac{1-m}{(t-m)^2}$.

Để hàm số đã cho đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì hàm số $y = \frac{t-1}{t-m}$ nghịch biến trên $(0; 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m < 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \left[\begin{array}{l} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

Cách 2:

Khi m = 1 ta có: y = 1 là hàm hằng nên m = 1 không thỏa mãn.

Khi $m \neq 1$. Ta có $y' = \frac{-\sin x(\cos x - m) + (\cos x - 1)\sin x}{(\cos x - m)^2} = \frac{m \sin x - \sin x}{(\cos x - m)^2}$

Để hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} y' > 0 \ \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \\ m \neq \cos x \ \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x\,(m-1) > 0 \ \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \\ m \notin (0; 1) \end{cases}$$

Do $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin x > 0 \Rightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Rightarrow m > 1$

Chọn B.

Chọn B.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 13 :

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx - \sin x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A $m > 1$.
- B $m < -1$.

- C $m \geq 1.$
- D $m \geq -1.$

Đáp án: C

Phương pháp giải:

Phương pháp giải. Sử dụng kết quả: hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên tập D nào đó khi và chỉ khi đạo hàm của hàm số trên tập D không âm, tức là $f'(x) \geq 0,\ \forall x \in D.$

Áp dụng vào bài tập này ta đi tính đạo hàm y'. Sau đó cho $y' \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ để tìm giá trị của m

Lời giải chi tiết:

Lời giải chi tiết.

Để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì điều kiện cần và đủ là
$y' \geq 0 \Leftrightarrow (mx - \sin x)' \geq 0 \Leftrightarrow m - \cos x \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \cos x, \forall x \in \mathbb{R}.$

Do $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$, nên ta có $m \geq \cos x,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 1.$

Chọn đáp án C.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 14 :

Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$ tăng trên khoảng $(1; +\infty)$.

- A $m \geq 3.$
- B $m \neq 3.$
- C $m \leq 3.$
- D $m < 3.$

Đáp án: A

Phương pháp giải:

Phương pháp. Dùng tính chất hàm số $y = f(x)$ tăng hay đồng biến trên tập D khi
$y' = f'(x) \geq 0,\ \forall x \in D.$

Lời giải chi tiết:

Lời giải chi tiết.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m.$

Để hàm số đã cho tăng trên $(1; +\infty)$ thì
$y' > 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m > 0,\ \forall x \in (1; +\infty).$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 - 6x$ trên $(1; +\infty)$. Ta có
$f(x) = 3x^2 - 6x = 3(x-1)^2 - 3 > -3,\ \forall x \in (1; +\infty).$

Do đó nếu $-3 + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 3.$ thì ta có $3x^2 - 6x + m > 0,\ \forall x \in (1; +\infty)$. Hay hàm số đã cho tăng trên $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án A.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 15 :

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) > 0,\ \forall x \in (0;\ +\infty)$. Biết $f(1) = 2$. Khẳng định nào dưới đây có thể xảy ra?

- A $f(2) = 1.$
- B $f(2017) > f(2018).$
- C $f(-1) = 2.$
- D $f(2) + f(3) = 4.$

Đáp án: C

Phương pháp giải:

Dựa vào tính đơn điệu của hàm số để loại trừ đáp án sai dựa vào tính đơn điệu của hàm số.

Lời giải chi tiết:

Vì $f'(x) > 0,\ \forall x \in (0;\ +\infty)$ nên hàm số $y = f(x)$đồng biến trên khoảng $(0;\ +\infty)$

$\Rightarrow$ Loại bỏ các đáp án:

+) Đáp án A (do $f(2) > f(1) = 2$),

+) Đáp án B (do $2017 < 2018 \Rightarrow f(2017) < f(2018)$,

+) Đáp án D (do $f(3) > f(2) > f(1) = 2 \Rightarrow f(2) + f(3) > 2 + 2 \Leftrightarrow f(2) + f(3) > 4$).

Như vậy, chỉ có khẳng định ở đáp án C là có thể xảy r**A.**

Chọn C.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 16 :

Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} + mx^2 + (2m+3)\,x + 1$ đồng biến trên R.

- A $S = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$
- B $S = [-1; 3]$
- C $S = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$
- D $S = (-1; 3)$

Đáp án: B

Phương pháp giải:

Hàm số bậc ba $y = f\,(x)$ đồng biến trên $R \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in R$. Và chỉ bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Lời giải chi tiết:

Ta có $y' = x^2 + 2mx + 2m + 3$.

Để hàm số đồng biến trên R thì $y' \geq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - (2m+3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$

Vậy $m \in [-1; 3]$.

Chọn B.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 17 :

Tìm tất cả các giải trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A $m = 0$
- B $-2 < m < 2$
- C $m = -1$
- D $\left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 2 \end{array}\right.$

Đáp án: B

Phương pháp giải:

Điều kiện để hàm số nghịch biến trên $(a; b)$ là $y' < 0, \forall x \in (a; b)$.

Lời giải chi tiết:

Ta có $y' = \frac{m^2-4}{(x+m)^2}$.

Để hàm số đã cho nghịch biến thì $y' < 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < m < 2$

Đáp án B

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 18 :

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'\,(x) = x^2 + 1, \forall x \in R$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$
- B Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
- C Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$
- D Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

Đáp án: B

Phương pháp giải:

Hàm số $y = f\left(x \right)$ có đạo hàm $f'\left(x \right) > 0,\forall x \in \left(a;b \right)$ thì nó đồng biến trên $\left(a;b \right)$

Lời giải chi tiết:

$f'(x) = x^2 + 1 > 0,\forall x \in R \Rightarrow f\left(x \right)$ là hàm số đồng biến trên R.

Đáp án B

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 19 :

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục và có đạo hàm trên đoạn $[a;b]$. Xét các khẳng định sau:

1.Hàm số f(x) đồng biến trên $(a;b)$ thì $f'(x) > 0,\forall x \in (a;b)$

2.Giả sử $f\left(a \right) > f\left(c \right) > f\left(b \right),\forall c \in \left(a,b \right)$ suy ra hàm số nghịch biến trên $(a;b)$

3. Giả sử phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm là $x = m$ khi đó nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên (m,b) thì hàm số f(x) nghịch biến trên (a,m).

4. Nếu $f'(x) \ge 0,\forall x \in (a,b)$, thì hàm số đồng biến trên (a,b)

Số khẳng định đúng trong các khẳng định trên là

- A 1
- B 0
- C 3
- D 2

Đáp án: A

Phương pháp giải:

Xét tính đúng sai của các đáp án dựa vào các kiến thức hàm số đồng biến, nghịch biến trên khoảng xác định.

Lời giải chi tiết:

*2 sai vì với $c_1 < c_2$ bất kỳ nằm trong (a,b) ta chưa thể so sánh được $f\left(c_1 \right)$ và $f\left(c_2 \right)$.

*3 sai. Vì y' bằng 0 tại điểm đó thì chưa chắc đã đổi dấu qua điểm đó. VD hàm số $y = x^3$.

*4 sai: Vì thiếu điều kiện $f'\left(x \right) = 0$ tại hữu hạn điểm.VD hàm số y = 1999 có $y' = 0 \ge 0$ nhưng là hàm hằng.

Đáp án A.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 20 :

Tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \left(m - 1 \right)x^2 + 2\left(m - 1 \right)x - 2$ luôn tăng trên R

- A $m > 1$
- B $\left[\begin{array}{l} m < 1\\ m > 3 \end{array} \right.$
- C $2 \le m \le 3$
- D $1 \le m \le 3$

Đáp án: D

Phương pháp giải:

Tính y' và tìm điều kiện của m để $y' > 0,\forall x \in R$.

Điều kiện để tam thức bậc hai $ax^2 + bx + c > 0,\forall x \in R$ là $\left\{ \begin{array}{l} a > 0\\ \Delta \le 0 \end{array} \right.$

Lời giải chi tiết:

Xét hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - \left(m - 1 \right)x^2 + 2\left(m - 1 \right)x - 2$ trên R

Có $y'\left(x \right) = x^2 - 2\left(m - 2 \right)x + 2\left(m - 1 \right)$.

Hàm số đã cho tăng trên $R \Leftrightarrow y'\left(x \right) > 0,\forall x \in R$

$\Leftrightarrow \Delta' = {\left(m - 1 \right)^2} - 2\left(m - 1 \right) \le 0$ vì $a = 1 > 0$.

$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 \le 0$

$\Leftrightarrow 1 \le m \le 3$

$\Leftrightarrow 1 \le m \le 3.$

Đáp án D.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 21 :

Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $\left(0;\sqrt{2}\right)$

- A $y = \frac{x^2+x-1}{x-1}$
- B $y = \frac{2x-5}{x+1}$
- C $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 3$
- D $y = \frac{3}{2}x^3 - 4x^2 + 6x + 9$

Đáp án: C

Phương pháp giải:

Xét các hàm số ở từng đáp án, tìm khoảng nghịch biến của chúng và đối chiếu điều kiện đề bài.

Lời giải chi tiết:

*TH1: Đáp án A:

Hàm số: $y = \frac{x^2+x-1}{x-1}$ xác định trên $D = R\backslash\left\{1\right\}$ nên loại A vì $1 \in \left(0;\sqrt{2}\right)$

*TH2: Đáp án B:

Xét hàm số: $y = \frac{2x-5}{x+1}$ xác định trên $R\backslash\left\{-1\right\}$

Có $y'\left(x\right) = \frac{7}{\left(x+1\right)^2}, \forall x \in R\backslash\left\{-1\right\}$

$\Rightarrow$ Hàm số $y = \frac{2x-5}{x+1}$ đồng biến trên $R\backslash\left\{-1\right\}$ (loại).

*TH3: Đáp án C:

Hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 3$. liên tục trên $\left(0;\sqrt{2}\right)$.

Có $y'\left(x\right) = 2x^3 - 6x < 0, \forall x \in \left(0;\sqrt{2}\right)$

$\Rightarrow$ Hàm số: $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 3$ nghịch biến trên $\left(0;\sqrt{2}\right)$.

*TH4: Đáp án D:

Hàm số: $y = \frac{3}{2}x^3 - 4x^2 + 6x + 9$ xác định trên R

Có $y'\left(x\right) = \frac{9}{2}x^2 - 8x + 6 = \frac{9}{2}\left(x - \frac{8}{9}\right)^2 + \frac{22}{9} > 0, \forall x \in R$ (loại).

Vậy đáp án C thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Đáp án C.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 22 :

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x+m}{mx+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?

- A 2.
- B 4.
- C 3 .
- D 5.

Đáp án: C

Phương pháp giải:

+) Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

+) Hàm số đồng biến $\Leftrightarrow y' \ge 0\ \forall x \in D$ và chỉ bằng 0 tại hữu hạn điểm thuộc D, với D là tập xác định của hàm số.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: $D = R\backslash\left\{-\frac{4}{m}\right\};\ \ m \ne 0.$

Ta có: $y' = \frac{4-m^2}{(mx+4)^2}$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên D $\Leftrightarrow 4 - m^2 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$.

+) Với $m = -2$, hàm số có dạng: $y = \frac{x-2}{-2x+4} = -\frac{1}{2}$ là hàm hằng $\Rightarrow m = -2$ không thỏa mãn.

+) Với $m = 2$, hàm số có dạng: $y = \frac{x+2}{2x+4} = \frac{1}{2}$ là hàm hằng $\Rightarrow m = 2$ không thỏa mãn.

+) Với $m = 0$, hàm số có dạng: $y = x$ đồng biến trên R.

Vậy các giá trị nguyên của m thỏa mãn là: $m \in \{-1; 0;\ 1\}$.

Chọn C.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 23 :

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để trên $(-1; 1)$, hàm số $y = \frac{mx+6}{2x+m+1}$ nghịch biến.

- A $\left[\begin{array}{l} -4 \leq m < -3 \\ 1 < m \leq 3 \end{array}\right.$
- B $1 \leq m < 4$
- C $-4 < m < 3$
- D $\left[\begin{array}{l} -4 < m \leq -3 \\ 1 \leq m < 3 \end{array}\right.$

Đáp án: D

Phương pháp giải:

Tìm m để hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đồng biến, nghịch biến trên khoảng $(\alpha; \beta)$

- Bước 1: Tính y'.

- Bước 2: Nêu điều kiện để hàm số đồng biến, nghịch biến:

+ Hàm số đồng biến trên $(\alpha; \beta) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y' = f'(x) > 0, \forall x \in (\alpha; \beta) \\ -\dfrac{d}{c} \notin (\alpha; \beta) \end{array}\right.$

+ Hàm số nghịch biến trên $(\alpha; \beta) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y' = f'(x) < 0, \forall x \in (\alpha; \beta) \\ -\dfrac{d}{c} \notin (\alpha; \beta) \end{array}\right.$

- Bước 3: Kết luận.

Lời giải chi tiết:

$y = \frac{mx+6}{2x+m+1} \Rightarrow y' = \frac{m(m+1)-6.2}{(2x+m+1)^2} = \frac{m^2+m-12}{(2x+m+1)^2}$

Hàm số nghịch biến trên

$(-1; 1) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y' < 0 \\ \frac{-m-1}{2} \notin (-1; 1) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m^2 + m - 12 < 0 \\ \left[\begin{array}{l} \frac{-m-1}{2} \leq -1 \\ \frac{-m-1}{2} \geq 1 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -4 < m < 3 \\ \left[\begin{array}{l} -m+1 \leq 0 \\ -m-3 \geq 0 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -4 < m < 3 \\ \left[\begin{array}{l} m \geq 1 \\ m \leq -3 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4 < m \leq -3 \\ 1 \leq m < 3 \end{array}\right.$

Chọn D.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 24 :

Tìm giá trị của m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x - m + 2$ nghịch biến trên tập xác định.

- A $m < 1$
- B $-3 \leq m \leq 1$
- C $-3 < m < 1$
- D $\left[\begin{array}{l} m \leq -3 \\ m \geq 1 \end{array}\right.$

Đáp án: B

Phương pháp giải:

Hàm số nghịch biến trên tập xác định $\Leftrightarrow y' \leq 0$ trên tập xác định và chỉ bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Lời giải chi tiết:

Tập xác định: $D = R$.

Ta có: $y' = -x^2 - 2mx + 2m - 3$

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên tập xác định
$\Leftrightarrow y' \leq 0\ \forall x \in R \Leftrightarrow -x^2 - 2mx + 2m - 3 \leq 0\ \forall\ x \in R$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 0\ \forall m \\ m^2 + 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1.$

+) Xét với $m = -3$ ta có: $y' = -x^2 + 6x - 9 = -(x-3)^2 \leq 0\ \forall x \in R \Rightarrow m = -3$ thì hàm số nghịch biến trên R.

+) Xét với $m = 1$ ta có: $y' = -x^2 - 2x - 1 = -(x+1)^2 \leq 0\ \forall x \in R \Rightarrow m = 1$ thì hàm số nghịch biến trên R.

Chọn B.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 25 :

Hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi giá trị của m là:

- A $m \geq 12$.
- B $m \leq 12$.
- C $m \geq 0$.
- D $m \leq 0$.

Đáp án: A

Phương pháp giải:

Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ (a \neq 0)$đồng biến trên $(p; q)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0,\ \forall x \in (p; q)$.

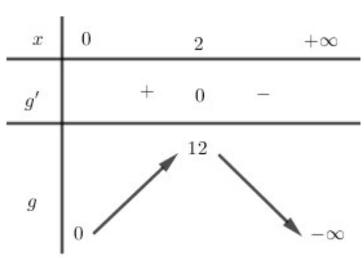
Lời giải chi tiết:

Ta có $y' = 3x^2 - 12x + m$. Để hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ thì $y' \geq 0\ , \forall x > 0$
$\Leftrightarrow 3x^2 - 12x + m \geq 0,\ \forall x > 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x \leq m, \forall x > 0$. (*)

Xét $y = g(x) = -3x^2 + 12x$ với $x > 0$.

Ta có $g'(x) = -6x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2$(TM).

BBT $y = g(x)$ với $x > 0$.



Từ BBT ta có $\max_{(0;+\infty)}\ g(x) = 12$, từ (*) suy ra $m \geq \max_{(0;+\infty)}\ g(x) = 12 \Leftrightarrow m \geq 12$.

Chọn A.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 26 :

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

- A

  $-2 \leq m \leq -1$.

- B

  $-2 \leq m \leq 2$.

- C

  $-2 < m < 2.$

- D $-2 < m \leq -1.$

Đáp án: D

Phương pháp giải:

Dựa vào điều kiện để hàm số b1 trên b1 đồng biến hoặc nghịch biến trên khoảng

Lời giải chi tiết:

Ta có $y = \frac{mx+4}{x+m} \Rightarrow y' = \frac{m^2-4}{(x+m)^2};\ \forall x \neq -m.$

Yêu cầu bài toán

$\Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0 \\ x = -m \notin (-\infty; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq -1.$

Chọn D

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 27 :

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x,\ \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A $(0;\ 2).$
- B $(-2;\ 0).$
- C $(2;\ +\infty).$
- D $(-\infty;\ -2).$

Đáp án: A

Phương pháp giải:

+) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $R \Leftrightarrow y' \geq 0$ với mọi $x \in R.$

Lời giải chi tiết:

Ta có

$y' = -2f'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$

Chọn A.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 28 :

Hàm số $y = \sqrt{8 + 2x - x^2}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A $(1; +\infty)$.
- B $(1; 4)$.
- C $(-\infty; 1)$.
- D $(-2; 1)$.

Đáp án: D

Phương pháp giải:

- Tìm điều kiện xác định.

- Tính đạo hàm của hàm số.

- Tìm nghiệm của y’ (nếu có).

- Lập bảng xét dấu y’.

- Kết luận.

Lời giải chi tiết:

Điều kiện xác định: $8 + 2x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4$

$y = \sqrt{8 + 2x - x^2} \Rightarrow y' = \frac{(8+2x-x^2)'}{2\sqrt{8+2x-x^2}} = \frac{2-2x}{2\sqrt{8+2x-x^2}} = \frac{1-x}{\sqrt{8+2x-x^2}}$
$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng xét dấu y’:

x	-2		1		4
y'	||	+	0	-	||

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

Chọn: D.

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 29 :

Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x+1\right)^2\left(2-x\right)\left(x+3\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\,3;\,2\right)$.
- B Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\,3;\,-1\right)$ và $\left(2;\,+\infty\right)$.
- C Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\,\infty;\,-3\right)$ và $\left(2;\,+\infty\right)$.
- D Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\,3;\,2\right)$.

Đáp án: D

Phương pháp giải:

Dựa vào bảng biến thiên để xác định các khoảng đơn điệu của hàm số

Lời giải chi tiết:

Ta có

$$\left\{\begin{array}{l} f'\left(x\right)>0\Leftrightarrow -3<x<2\\ f'\left(x\right)<0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2\\ x<-3\end{array}\right.\end{array}\right..$$

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\,3;\,2\right)$, nghịch biến trên các khoảng $\left(-\,\infty;\,-3\right)$ và $\left(2;\,+\infty\right)$.

Chọn D

Đáp án - Lời giải

Câu hỏi 30 :

Cho hàm số $y=x-\cos x$. Khẳng định nào dưới đây là **ĐÚNG**?

- A Hàm số đồng biến trên R.
- B Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;0)$
- C Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
- D Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Đáp án: A

Phương pháp giải:

Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên R $\Leftrightarrow y'\ge 0\ \forall x\in R$ và $y'=0$ tại hữu hạn điểm.

Lời giải chi tiết:

TXĐ: D = R.

Ta có:

$$\begin{array}{l} y'=1+\sin x\ge 0\ \forall x\in R\\ y'=0\Leftrightarrow \sin x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ \ (k\in Z)\end{array}$$

$\Rightarrow y'=0$ tại hữu hạn điểm. Vậy hàm số đồng biến trên R.

Chọn A.