I. Chuyên đề toán lớp 12 – Dạng 1: Tìm giá trị lớn nhất; giá trị nhỏ nhất của hàm số.

1. Phương pháp giải áp dụng toán giải tích lớp 12

* Bước 1: Tìm các điểm x1; x2; x3; ..; xn trên [a; b], tại đó f'(x) = 0 hoặc f'(x) không xác định.
* Bước 2: Tính f(a); f(x1); f(x2); f(x3); ...; f(xn); f(b).
* Bước 3: Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên thì .

{M}=f(x) m=f(x)

2. Ví dụ minh họa giải chuyên đề toán đại lớp 12: tìm giá trị max, min của hàm số.

Ví dụ 1: Giá trị lớn nhất của hàm số f(x) = $x^3 – 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn [1; 3] là:
Nhận xét: Hàm số f(x) liên tục trên [1;3]
Ta có đạo hàm y'= 3x2 – 16x + 16

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=4 & \in(1;3) \\ x=\frac{4}{3} & \in(1;3) \end{array}\right.$$

$$f(1)=0;\ f\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{13}{27};\ f(3)=-6$$

Do đó :

$$\max_{x\in[1;3]} f(x)=f\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{13}{27}$$

Suy ra ta chọn đáp án B.
Ví dụ 2: Giá trị lớn nhất của hàm số f(x) = $x^4 – 2x^2 + 1$ trên đoạn [0; 2] là:

A. $\max\limits_{[0;2]} f(x)=64$. B. $\max\limits_{[0;2]} f(x)=1$.

C. $\max\limits_{[0;2]} f(x)=0$. D. $\max\limits_{[0;2]} f(x)=9$.

Nhận xét: Hàm số f(x) liên tục trên [0;2]
Ta có y' = $4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$.
Xét trên (0;2) ta có f'(x) = 0 khi x = 1.
Khi đó f(1) = 0; f(0) = 1; f(2)= 9

Do đó $\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(2)=9$

Suy ra chọn đáp án D.
Ví dụ 3: Giá trị nhỏ nhất của hàm số y = x(x + 2).(x + 4).(x + 6) + 5 trên nữa khoảng [-4; +∞) là:

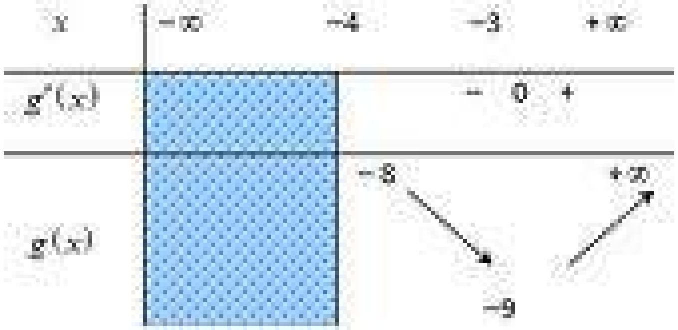
A. $\min\limits_{[-4;+\infty)} y=-8$. B. $\min\limits_{[-4;+\infty)} y=-11$.

C. $\min\limits_{[-4;+\infty)} y=-17$. D. $\min\limits_{[-4;+\infty)} y=-9$.

Nhận xét: Hàm số f(x) liên tục trên
* Ta có: $y = (x^2 + 6x).(x^2 + 6x + 8) + 5$.
Đặt $t = x^2 + 6x$. Khi đó $y = t.(t + 8) + 5 = t^2 + 8t + 5$
* Xét hàm số $g(x)= x^2 + 6x$ với x ≥ -4.
Ta có g'(x) = 2x + 6; g'(x) = 0 khi và chỉ khi x = -3

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

Bảng biến thiên:



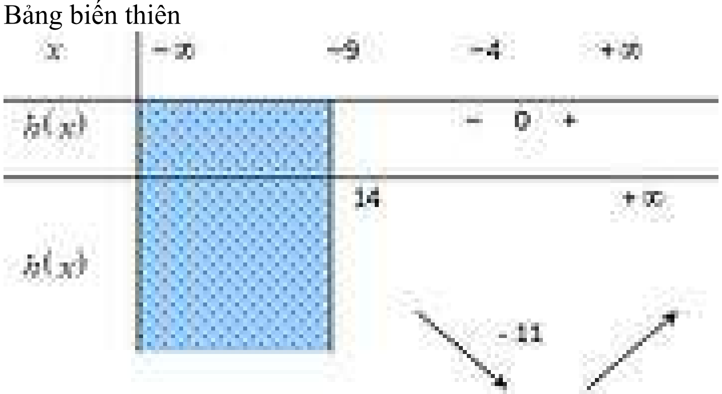
Suy ra t ∈ [-9; +∞)

* Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số y = h(t)= t^2 + 8t + 5 với t ∈ [-9; +∞).

* Ta có h'(t) = 2t + 8

h'(t) = 0 khi t = - 4; $\lim\limits_{t \to +\infty} h(t) = +\infty$

Bảng biến thiên



Vậy $\min\limits_{[-4;+\infty)} y = -11$

Suy ra chọn đáp án B.

$$f(x)$$

II. Chuyên đề toán lớp 12 - Dạng 2: Tìm m để hàm số có giá trị lớn nhất; giá trị nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện.

1. Phương pháp giải áp dụng tính chất toán học 12.

Cho hàm số y = f(x;m) liên tục trên đoạn [a;b]. Tìm m để giá trị max; min của hàm số thỏa mãn điều kiện T:
Bước 1. Tính y'(x).
+ Nếu y'(x) ≥ 0; ∀x trên đoạn [a;b] thì hàm số sẽ đồng biến trên [a;b]
⇒ Hàm số đạt min tại x = a; hàm số max nhất tại x = b
+ Nếu y'(x) ≤ 0; ∀x trên đoạn [a; b] thì hàm số sẽ nghịch biến trên [a; b]
⇒ Hàm số min tại x = b và đạt max tại x = a.
+ Nếu hàm số không đơn điệu trên đoạn [a; b] ta sẽ làm như sau:
Giải phương trình y' = 0.
Lập bảng biến thiên. Từ đó suy ra min và max của hàm số trên [a;b].
Bước 2. Kết hợp với giả thuyết ta suy ra giá trị m cần tìm.

2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Tìm m để max của hàm số sau trên đoạn [0;1] bằng -4
A. m = 1 hoặc m = -1   B. m = 2 hoặc m = -2

B. m = 3 hoặc m = -3   D. m = 4 hoặc m = -4
Đạo hàm
$$f'(x)=\frac{1+m^2}{(x+1)^2}>0,\forall x\in[0;1]$$
Suy ra hàm số f(x) đồng biến trên [0;1]
Nên
$$\max_{x\in[0;1]} f(x)=f(1)=\frac{1-m^2}{2}$$
Theo giả thiết ta có:
$$\frac{1-m^2}{2}=-4 \Leftrightarrow 1-m^2=-8$$

⇔ m2 = 9 nên m = 3 hoặc m = -3
Suy ra chọn đáp án C.
Ví dụ 2: Tìm giá trị thực của tham số a để hàm số f(x) = $-x^3 - 3x^2 + a$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [-1; 1] là 0
A. a = 2   B. a = 6

C. a = 0   D. a = 4

Đạo hàm f'(x) = $-3x^2 - 6x$
Xét phương trình: