LŨY THỪA

1. Công thức ghi nhớ

a. Lũy thừa

Cho n là một số nguyên dương. Với a là số thực tùy ý, lũy thừa bậc n của a là tích của n thừa số a.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \ldots\ldots a}_{n} \text{ (} n \text{ thừa số).}$$

Ta gọi a là cơ số, m là mũ số. Và chú ý 0^0 và 0^{-n} không có nghĩa.

Công thức hay dùng

▪ $a^0 = 1$	▪ $\underbrace{a^n = a.a\ldots\ldots\ldots a}_{n \text{ thua so}}$ với $n \in \mathbb{N}^*$	▪ $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}; \left(\dfrac{a}{b}\right)^{-a} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^a$
▪ $\left(a^m\right)^n = a^{nm} = \left(a^n\right)^m$	▪ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	▪ $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
▪ $a^n b^n = (ab)^n$	▪ $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$	▪ $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}} \left\langle \begin{matrix} * \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \\ * \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}} \end{matrix} \right. \left(m, n \in \mathbb{N}^*\right)$

Với $a, b \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N}^*$, ta có:

▪ $\sqrt[2n]{a^{2n}} = \lvert a \rvert, \forall a$	▪ $\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a, \forall a$	▪ $\sqrt[2n+1]{ab} = \sqrt[2n+1]{a} \cdot \sqrt[2n+1]{b}, \forall a, b$
▪ $\sqrt[2n]{ab} = \sqrt[2n]{\lvert a \rvert} \cdot \sqrt[2n]{\lvert b \rvert}, \forall ab \geq 0$	▪ $\sqrt[2n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[2n]{\lvert a \rvert}}{\sqrt[2n]{\lvert b \rvert}}, \forall ab \geq 0, b \neq 0$	▪ $\sqrt[2n+1]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[2n+1]{a}}{\sqrt[2n+1]{b}}, \forall a, \forall b \neq 0$
▪ $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m, \forall a > 0$, n nguyên dương, m nguyên ▪ $\sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a^m}$	▪ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}, \forall a \geq 0, n, m$ nguyên dương	▪ Nếu $\dfrac{p}{n} = \dfrac{q}{m}$ thì $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[m]{a^q}, \forall a > 0$, m, n nguyên dương p, q nguyên.

b. Đạo hàm

Cơ bản	Hàm hợp	Hàm tích - thương
$(c)'=0$; $(x)'=1$ $\left(x^{\alpha}\right)'=\alpha x^{\alpha-1}$ $\left(\sqrt{x}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\left(\sqrt[n]{x}\right)'=\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$ $(\sin x)'=\cos x$ $(\cos x)'=-\sin x$ $(\tan x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$ $(\cot x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$ $(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(\arctan x)'=\frac{1}{x^2+1}$ $\left(e^x\right)'=e^x$ $\left(a^x\right)'=a^x\cdot\ln a$ $(\ln x)'=\frac{1}{x}$ $\left(\log_a x\right)'=\frac{1}{x\cdot\ln a}$	$\left(u^{a}\right)'=\alpha u^{\alpha-1}u'$; $(\sqrt{u})'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$ $(\sqrt[n]{u})'=\frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$ $(\sin u)'=u'\cdot\cos u$ $(\cos u)'=-u'\sin u$ $(\tan u)'=\frac{u'}{\cos^2 u}$ $(\cot u)'=-\frac{u'}{\sin^2 u}$ $\left(\sin^n u\right)'=n\cdot\sin^{n-1}u\cdot(\sin u)'$ $\left(\cos^n u\right)'=n\cdot\cos^{n-1}u\cdot(\cos u)'$ $\left(\tan^n u\right)'=n\cdot\tan^{n-1}u\cdot(\tan u)'$ $\left(\cot^n u\right)'=n\cdot\cot^{'-1}u\cdot(\cot u)'$ $\left(e^u\right)'=u'.e^u$ $\left(a^u\right)'=u'\cdot a^u\cdot\ln a$ $(\ln u)'=\frac{u'}{u}$ $\left(\log_a u\right)'=\frac{u'}{u\cdot\ln a}$ $\left[f(u)\right]'=u'\cdot f'(u)$	$\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$; $\left(\frac{1}{u}\right)'=-\frac{u'}{u^2}$ $(u.v)'=u'\cdot v+u\cdot v'$; $\left(ku(x)\right)'=ku'(x)$ $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$ $\left(u_1\pm u_2\pm\ldots\pm u_n\right)'=u_1'\pm u_2'\pm\ldots\pm u_n'$ $(uvw)'=u'vw+uv'w+uvw'$ $\left(u^n(x)\right)'=nu^{n-1}(x)u'(x)$ $\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)'=\frac{u'(x)v(x)-v'(x)u(x)}{v^2(x)}$ $\left(\frac{c}{u(x)}\right)'=-\frac{cu'(x)}{u^2(x)}$ $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ $\left(\frac{ax^2+bx+c}{ex+f}\right)'=\frac{aex^2+2afx+(bf-ce)}{(ex+f)^2}$ $\left(\frac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)'$ $=\frac{\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}x^2+2\begin{vmatrix}a_1 & c_1\\ a_2 & c_2\end{vmatrix}x+\begin{vmatrix}b_1 & c_1\\ b_2 & c_2\end{vmatrix}}{\left(a_2x^2+b_2x+c_2\right)^2}$

2. Một số tính chất của lũy thừa

- Nếu $a>1$ thì $a^{a}>a^{\beta}\Leftrightarrow\alpha>\beta$;
- Nếu $0<a<1$ thì $a^{\alpha}>a^{\beta}\Leftrightarrow\alpha<\beta$.
- Với mọi $0<a<b$, ta có: $a^m<b^m\Leftrightarrow m>0; a^m>b^m\Leftrightarrow m<0$
- Chú ý:

+ Các tính chất trên đúng trong trường hợp số mũ nguyên hoặc không nguyên.

+ Khi xét lũy thừa với số mũ 0 và số mũ nguyên âm thì cơ số a phải khác 0.

+ Khi xét lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số a phải dương.